

Åk 8, Fenestra Centrum, Göteborg



Lärandeobjektet behandlades över två lektioner, "lektionspar" i respektive försök att få eleverna att urskilja det (Lektion 1a & b, Lektion 2a & b, Lektion 3a & b)

Lärandeobjekt:

Förmågan att förstora och förminska två-dimensionella geometriska figurer och utifrån det hantera längdskalan.

Avgränsning av Lärandeobjektet

Tidigare forskning (De Bock et.al, De Bock et al. 1998; De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel, 2002; De Bock, Verschaffel, Janssens, Van Dooren, & Claes, 2003). har visat att majoriteten av 12-16-åriga elever har en tendens att utgå ifrån ett linjärt samband då de löser uppgifter av icke linjär karaktär. Fenomenet, som kallas 'illusionen av linjäritet', kommer av att elever då de ska förstora eller förminska flerdimensionella geometriska figurer intuitivt tenderar att utgå ifrån att, om alla sidor görs dubbelt så långa, då blir även arean dubbelt så stor

Utifrån en tidigare genomförd studie där begreppet skala var lärandeobjekt samt 'illusionen av linjäritet' enligt tidigare forskning kunde vi avgränsa vårt lärandeobjekt till att fokusera just tvådimensionella geometriska objekt.

I den externa horisonten finns begrepp som areaskala, perspektivtagande och icke geometriska objekt.

Kritiska aspekter – dessa var kritiska för den här elevgruppen i denna studie. Eleverna behövde urskilja:

- Avbildning som likformighet
- Längder ur de geometriska figurerna
- Den längdförändring som sker mellan de geometriska figurerna
- Den areaförändring som sker mellan de geometriska figurerna
- Relationen mellan längdförändring och areaförändring

Exempel på variationsmönster – på någon/några av de kritiska aspekterna

För att eleverna skulle ha möjlighet att urskilja längder och längdernas förändring vid en **avbildning**, användes nedanstående variationsmönster:

Det inledande mönstret av variation var en form av kontrastering, och meningen var att eleverna skulle notera skillnader och likheter, där eleverna skulle, genom de kontrasteringar som iscensattes, ges möjlighet att få syn på vad som är en avbildning och vad som inte är en avbildning, d.v.s. att både kunna urskilja längder och dess förändring i en figur vid en förstoring. Det betyder att bas och höjd ska separeras ifrån varandra, samtidigt som arean ska hållas i bakgrunden. Figurer i form av rektangulära fotografier användes. Nedanstående fotografier visades i sekvenser under lektionen, d.v.s. att eleverna fick diskutera varje bild för sig i relation till originalbilden, men då inga bilder togs bort då en ny visas får eleverna i slutet av uppgiften se alla bilderna samtidigt. Vi talade inte om hur relationen förhöll sig mellan längders förändring och korrekt matematisk avbildning, utan istället gav vi eleverna möjligheter att själva kunna dra relevanta slutsatser genom flertalet problematiserande frågor. Den korrekta bilden kontrasteras med de felaktiga bilderna, se figur nedan, avseende elevernas uttryck '*samma form*'. Elevernas förståelse används för att synliggöra aspekterna, att urskilja längder och dess förändring vid avbildning. Detta sker i situationer då eleverna uppmanas att argumentera för eller förklara vad det är de urskiljer. Ett exempel ges genom detta utdrag;

E (Angela): Alltså, det är ju samma form. Den är samma, ja den är **samma**.

L: Den är samma, men vad är det. Jag vill att ni ska hitta...

E (Angela): Den är förstord. [Avbryter läraren]

L: Ja, den är förstord men vad är det som är förstord?

E (Angela): Bilden.

L: Ja. Men den är väl också förstord? [Pekar på bild 2]

E (Angela): Ja, men inte likadant.

L: Vad är det som skiljer dem åt? Mats?

E (Mats): Den längst till höger är förstord i samma, i större skala.

L: Varför är inte den det då? [Pekar på bild 2]

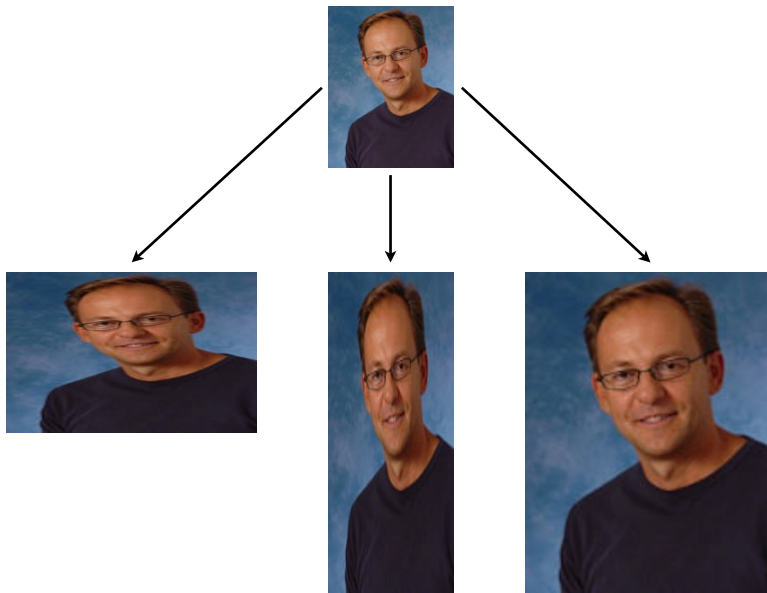
L: Vad är det som är fel?

E (Mats): Den där andra, den har andra former.

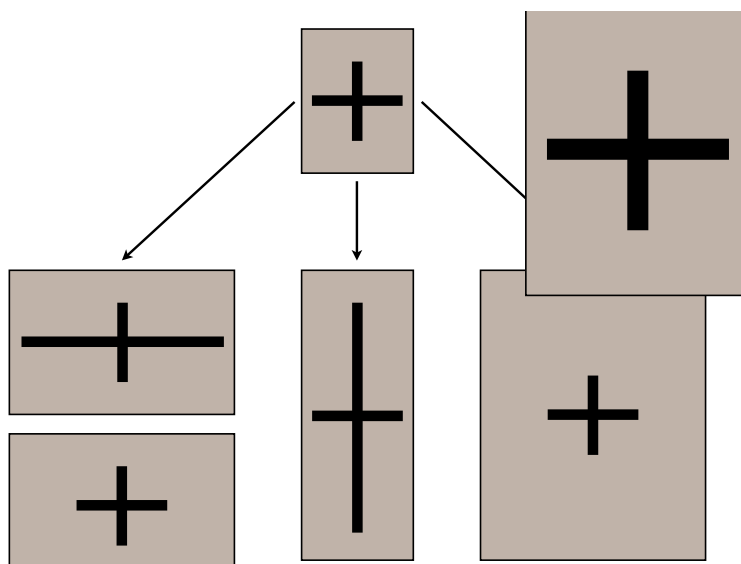
[fler elever lägger sig i]

L: Andra former. Vad menar du med det?

Eleverna ska här ges möjlighet att separera bas och höjd samt urskilja den relation som krävs dem emellan för att de ska vara en korrekt avbildning.

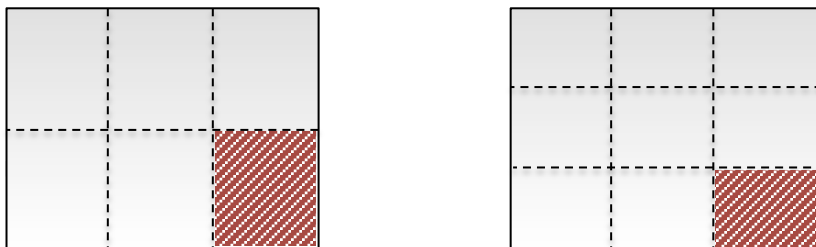


Sedan fick eleverna en annan uppgift. Uppgiften inbegrep, förutom de kritiska aspekterna från ovanstående delen, även begreppet skala i relation till aspekten avbildning. Denna uppgift i likhet med den föregående startas upp med en originalbild vars form är en rektangels, men nu med ett inskrivet plustecken. Meningen är att det ska göras möjligt för eleverna att urskilja längder och längdernas förändring i relation till avbildning och en given skala. Här tas även längderna inuti rektangeln upp. ALLA längder står i relation till skalan. Eleverna får, som en första deluppgift diskutera i grupp, hur en förstoring av originalbilden i skala 2:1 ser ut.



Även fusionsuppgifter iscensattes. En av dem handlade om att förminska ett A4-papper. I den här aktiviteten skulle alla kritiska aspekterna fokuseras och innehållet behandlas som en fusion. Aktiviteten skulle inledas som en gruppuppgift där elevgrupperna skulle förminska ett A4-papper i given skala, d.v.s. göra en skalenlig avbildning. Aktiviteten innehöll två delar och var tänkt att fungera som en generalisering utifrån att eleverna först möter skala 1:2 och 1:4, och därefter skala 1:3 under den andra lektionen i respektive lektionspar. Rektangeln förblev konstant, men skalan blev ny, d.v.s. längdförändringen varierade. Aktiviteten var tänkt att ge eleverna möjlighet att separera längd från area, d.v.s. urskilja längder, längdernas förändring och areaförändring vid korrekt avbildning samt dess relation, vid given skala.

Genom elevens resonemang synliggjordes i denna aktivitet, då de skulle förminska pappret i skala 1:3, den femte aspekten; *relationen mellan längdförändring och areaförändring*, då elever uttryckte att areaförändringen fås fram genom att fördubbla längdförändringen. Den här nya aspekten identifierades i samband med att en elev vid en gruppuppgift under Lektion 2a & b redovisar två olika svar som kontrasterades av både henne och läraren inför klassen på grund av behovet att etablera ytterligare mening och förståelse kring lärandeobjektet.



Exempel på elevresultat

Resultaten indikerar att den elevgrupp som deltog i lektionspar 3 i större utsträckning utvecklat den förmågan som avsågs, d.v.s. att urskilja linjära och icke-linjära samband vid förstoring och förminskning av två-dimensionella geometriska objekt samt utifrån detta hantera begreppet skala. Testresultatet visar övergripande att om eleverna endast kan urskilja enskilda kritiska aspekter individuellt, men missar urskiljningen av dessa vid iscensättningen av en fusion då en samtidig urskiljning av alla de kritiska aspekterna och relationen dem emellan sker, resulterar det i att de inte kommer förstå lärandeobjektet så som önskvärt, och kommer troligtvis inte heller att kunna applicera sådan kunskap för att lösa nya problem.

Det krävdes även en systematik av variationsmönstren. Detta systematiska upplägg avseende variationsmönster vid urskiljning av längder och längders förändring i förhållande till likformig avbildning tycks vara fördelaktigt då båda elevgrupperna som får detta genom undervisningen visar tillfredsställande resultat. Elevgrupp 3 var markant bättre på att urskilja längder, längdförändring och areaförändringen samtidigt, vilket indikerar att de kunde släppa 'illusionen om linjäritet'. Under lektionerna i lektionspar 3 iscensattes både fler och mer effektiva variationsmönster av formen fusion. Det fanns en systematik i vad som hölls konstant och vad som varierade i större utsträckning än i de tidigare lektionsparen. Elevgrupp 3 har genomgående ett bättre resultat än de övriga två grupperna, vilket kommer till uttryck genom att de både uttrycker sig mer tydligt om vad de har urskilt, men även att de motiverar sina svar tydligt. De talar t.ex. om att '*alla längder, både på insidan*

och utsidan av figuren ska vara fyra gånger så långa', vilket kan jämföras med de andra elevgrupperna där eleverna som deltog i lektionspar 1 överlag endast ger svar som 'figuren ska bli fyra gånger större' eller elevgruppen från lektionspar 2, som ger mer otydliga svar t.ex. 'längderna ska bli fyra gånger större'. Siffrorna nedan kan också ge en indikation på att ett lärande har skett hos eleverna under studiens genomförande.

	Förtest	Eftertest	Fördröjt eftertest
	Medelvärde	Medelvärde	Medelvärde
Cykel 1 (n=17)	2,4	(+2,2) 4,6	(+0,1) 4,7
Cykel 2 (n=17)	2,6	(+3,9) 6,5	(-0,3) 6,2
Cykel 3 (n=11)	1,8	(+5,3) 7,1	(-0,2) 6,8

Tänkt lektion 4

Vi hade först tänkt att vi kunde utöka med att även fokusera oregelbundna figurer, t.e.x en bild på en blomma, en fjäril eller oregelbunden fläck. Men vi beslutade att inte göra detta under tredje lektionsparet trots att vi hade med en oregelbunden bild med på för-och eftertest (en bild av Molly mus) för att även i tredje cykeln kunna se om eleverna kunde använda sin ev. nya kunskande och lösa just den uppgiften. Vad vi däremot eventuellt kunde göra var att tydligare kontrastera längdskalan med areaskalan. Inte bara säga att den finns utan kanske istället undervisa om även den?

Exempel på lärarresultat

Vikten av att spela in alla våra planeringsmöten. Det var givande att kunna gå tillbaka och lyssna på ett tidigare planeringsmöte för då gavs möjligheten att uppmärksamma något från det mötet som vi inte tänkte på just då när mötet hölls.

Lärargruppen sätter stort värde vid att kunna fortsätta jobba tillsammans kring ett gemensamt ämnesinnehåll och en gemensam elevgrupp, d.v.s. att tillsammans kunna planera, genomföra och utvärdera undervisning utifrån innehållets behandling i sitt vardagliga arbete.

När det gäller just detta ämnesinnehåll fanns en utmaning för oss i hur mycket vi kunde tona ner den ena aspekten, vilket inledningsvis var areaförändringen, för att möjliggöra urskiljning av den andra aspekten, längdförändringen. Att karaktären av de kritiska aspekterna komplicerade den systematiska hanteringen av variationen var något som vi blev varse under studiens gång.

Övrigt

Denna studie utgör del av empirin för handledarens licentiatuppsats: Svanteson Wester, J. (2014) Hur kan dubbelt så långt bli fyra gånger större? Göteborg: Actas Universitatis Gothoburgensis.

Handledare

Jenny Svanteson Wester, Fenestra Centrum, Lektor i pedagogiskt arbete med inriktning mot matematikdidaktik.